

2ª Fase – Nível II

Aluno(a): _____

Escola: _____

Município: _____

01. Considere o produto N dos 2026 primeiros inteiros positivos, isto é,

$$N = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2025 \cdot 2026.$$

Qual é o expoente do fator primo 5 na decomposição de N em fatores primos distintos?

- A) 505
- B) 506
- C) 507
- D) 508
- E) 509

02. Um número *semiprimo* é um número natural que pode ser escrito como o produto de dois números primos, não necessariamente distintos. Qual é a soma dos três maiores números *semiprimos* menores do que 100?

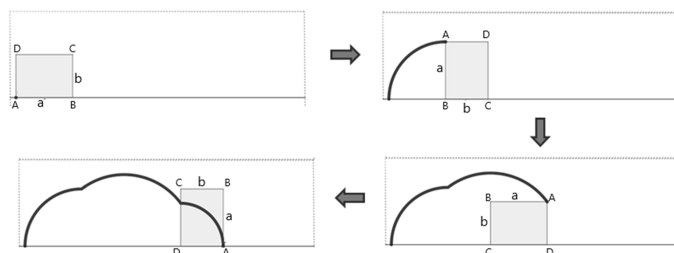
- A) 267
- B) 271
- C) 278
- D) 282
- E) 286

03. Em um retângulo $ABCD$ com $AB = 10$ cm e $BC = 15$ cm, marca-se o ponto médio M do lado $\overline{BC}$. Depois, considera-se um ponto P no segmento $\overline{DM}$ de modo que o segmento $\overline{AP}$ seja perpendicular a $\overline{DM}$, formando o triângulo APM , retângulo em P .

Qual é o valor da tangente do ângulo $\widehat{MAP}$?

- A) $\frac{24}{25}$
- B) $\frac{4}{5}$
- C) $\frac{3}{4}$
- D) $\frac{7}{24}$
- E) $\frac{7}{25}$

04. As figuras a seguir mostram o percurso plano do vértice A de um retângulo $ABCD$, cujos lados medem, em centímetros, a e b . Inicialmente, destacou-se o vértice A e, depois disso, o retângulo foi girado seguidamente, no sentido horário, sem deslizar, em torno dos vértices B , C e D , respectivamente, ficando sempre com um dos lados apoiado sobre uma base horizontal, antes e depois de cada giro.



Qual é a expressão que indica a área da região limitada pelo percurso do vértice A (em preto) e a base horizontal?

- A) $\pi a^2 b^2$
- B) $2(a^2 + b^2)\pi + ab$
- C) $\frac{\pi(a^2 + b^2)}{2}$
- D) $\frac{\pi(a^2 + b^2)}{4}$
- E) $\frac{\pi(a^2 + b^2)}{2} + ab$

05. Se x é uma das raízes da equação $x^2 - 9x + 19 = 0$, qual é o algarismo das unidades do número natural E dado por

$$E = \left(\frac{1}{x-5}\right)^{18} + \left(\frac{1}{x-4}\right)^{18} ?$$

- A) 0
- B) 2
- C) 4
- D) 6
- E) 8

06. Duas retas paralelas r e s são ligadas por um segmento $\overline{PQ}$ perpendicular a ambas, com $P \in r$ e $Q \in s$. Marca-se um ponto C sobre o segmento $\overline{PQ}$, verificando-se que $PC = 4$ cm e $QC = 1$ cm. Em seguida, marcam-se os pontos A e B sobre as retas r e s , respectivamente, de modo que ABC seja um triângulo equilátero. Qual é a área, em cm^2 , do triângulo ABC ?

- A) $5\sqrt{3}$
- B) $6\sqrt{3}$
- C) $7\sqrt{3}$
- D) $8\sqrt{3}$
- E) $9\sqrt{3}$

07. No ano passado, o professor Evanilson comprou uma bicicleta efetuando o pagamento em 12 parcelas iguais, sem juros. Hoje, ele encontrou a nota fiscal dessa compra e percebeu que uma gota d'água havia borrado o algarismo das dezenas do valor total da compra, que aparecia conforme ilustrado abaixo.

R\$ 42●8,00

O professor Evanilson lembra que o valor de cada prestação, em reais, era um número inteiro.

Qual o valor, em reais, de cada prestação?

08. Um estudante deseja pintar as seis faces de um cubo utilizando exatamente três cores: azul, vermelho e verde. Faces que compartilham uma aresta devem receber cores diferentes. Duas pinturas serão consideradas iguais se uma puder ser obtida da outra por uma rotação do cubo. Quantas pinturas distintas podem ser feitas?

09. Qual é o maior número natural, múltiplo de 9, que, em sua representação decimal, possui todos os algarismos distintos e diferentes de zero e no qual a quantidade de algarismos pares é maior do que a de algarismos ímpares?

10. Em um país fictício denominado Imaginópolis, a moeda oficial é o imaginário, representada pelo símbolo \$IM. Todas as moedas desse país apresentam o mesmo formato, tamanho e cor, diferindo apenas pelo valor impresso em uma de suas faces, que pode ser qualquer valor inteiro positivo. Um habitante de Imaginópolis guardou, em um barril, uma moeda de \$IM 1, duas moedas de \$IM 2, três moedas de \$IM 3 e, assim, continuamente, guardando sempre uma quantidade de moedas igual ao respectivo valor, até serem armazenadas 2026 moedas de \$IM 2026.

Qual é o número mínimo de moedas que uma pessoa deve retirar desse barril, sem observar seus valores, para ter certeza de que entre elas há 10 moedas de mesmo valor?