PROVA DA OMIFCE 2026

1ª Fase – Nível III

01. Em um passeio organizado por uma escola, participaram 427 alunos e alguns professores. Os ônibus fretados têm capacidade para 32 passageiros, e todos viajaram com lotação completa. Sabe-se que, em cada veículo, havia pelo menos 1 e, no máximo, 2 professores.

Com base nessas informações, o número de veículos em que viajaram dois professores é igual a

A) 4.

B) 5.

C) 6.

D) 7.

E) 8.

02. Sobre o conjunto dos inteiros positivos definimos a operação $a * b$ com a propriedade

$$(a + b) * (c + d) = a * d + b * c.$$

Sabendo que $1 * 1 = 3$ e $2 * 3 = 5$, o valor de $3 * 5$ é

A) 3.

B) 4.

C) 5.

D) 6.

E) 7.

03. Hugo está formando sequências usando o seguinte critério: escolhe-se um termo inicial x_1 e, a partir do segundo, cada termo x_{n+1} será a soma dos quadrados dos dígitos do termo anterior x_n. Por exemplo, se $x_1 = 7$, então $x_2 = 7^2 = 49$, $x_3 = 4^2 + 9^2 = 97$, $x_4 = 9^2 + 7^2 = 130$ e assim continuadamente.

Se Hugo iniciar uma sequência com o primeiro termo $x_1 = 4$, qual o será o valor do 2026º termo?

A) 16

B) 20

C) 37

D) 42

E) 89

04. Um comerciante colocou à venda certa quantidade de bilas. Inicialmente, ele as distribuiu igualmente em 11 sacos. Em seguida, esvaziou 6 desses sacos e redistribuiu todas as bilas desses sacos entre os 5 sacos restantes, de modo que todos ficassem com a mesma quantidade. Depois, vendeu dois sacos completos. Por fim, utilizou novamente os seis sacos vazios e distribuiu igualmente as bilas restantes entre os 9 sacos.

Qual a quantidade mínima de bilas que o comerciante colocou à venda inicialmente?

A) 55

B) 165

C) 495

D) 545

E) 600

05. Quantas ternas (x, y, z) são soluções da equação

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{z},$$

tais que x e y são números primos e z é inteiro positivo?

A) Nenhuma

B) Uma

C) Duas

D) Três

E) Infinitas

06. No universo dos inteiros, considere as divisões euclidianas por 9.

Dentre essas divisões, qual é a soma de todos os dividendos que deixam resto igual ao quociente?

A) 100

B) 180

C) 240

D) 310

E) 360

07. Sejam a e b números inteiros positivos. Para cada inteiro positivo k, define-se $S_k = a^k + b^k$.

Sabendo que $(S_1)^3 + 2S_3 = S_1$, qual é o valor de S_2?

A) 1

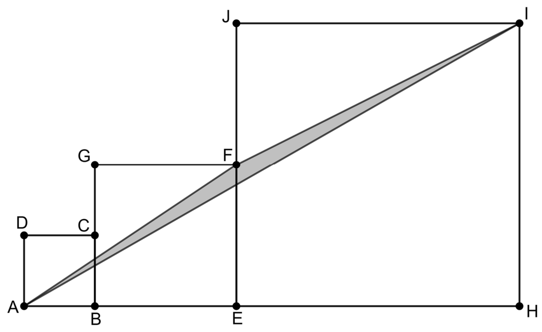
B) $\frac{1}{2}$

C) $\frac{1}{3}$

D) $\frac{2}{3}$

E) $\frac{3}{2}$

08. Na figura, *ABCD*, *BEFG* e *EHIJ* são quadrados justapostos, dois a dois. De um quadrado menor para o seu adjacente maior, a área é quadruplicada e a soma das áreas dos três quadrados é igual a 84 cm^2.



Qual a área, em cm^2, do triângulo *AFI*?

A) 2

B) 3

C) 4

D) 6

E) 7

09. Considerando-se os números de 1 a 18, selecionam-se 10 deles, inteiros e distintos.

Qual das afirmações a seguir é necessariamente verdadeira?

A) Existem dois números selecionados cuja soma é 17.

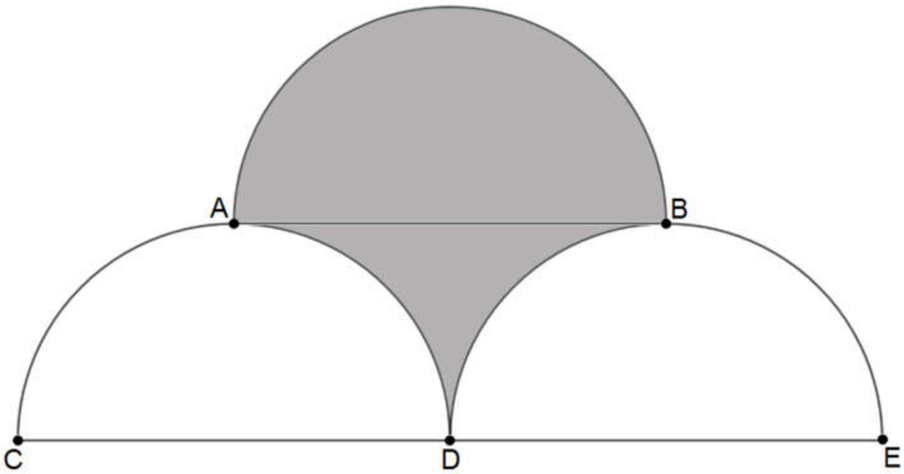
B) Existem dois números selecionados cuja soma é 18.

C) Existem dois números selecionados cuja soma é 19.

D) Existem dois números selecionados cuja soma é 20.

E) Existem dois números selecionados cuja soma é 21.

10. A figura a seguir mostra três semicírculos idênticos, cujos diâmetros $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ e $\overline{DE}$ medem 8 cm. Os pontos C, D e E são colineares e os centros dos semicírculos inferiores são as projeções ortogonais dos pontos A e B sobre o segmento $\overline{CE}$.



Qual é a área, em cm^2, da parte cinza da figura?

A) 16

B) 8π

C) $32 - 8\pi$

D) 32

E) $32 + 8\pi$

11. Seja $A = \underbrace{99999...9}_{\text{2026 vezes}}$ o número natural de 2026 dígitos, todos iguais a 9.

Qual é a soma dos algarismos de A^2?

A) 18225

B) 18226

C) 18234

D) 18235

E) 18243

12. Joaquim montou a seguinte sequência de números naturais, na qual cada número foi escrito seguidamente uma quantidade de vezes correspondente a seu valor.

$$(1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, \ldots, \underbrace{n, n, n, \ldots, n}_{n \text{ vezes}})$$

Se a sequência formada por Joaquim contém 105 termos, quantos desses termos são números primos?

A) 28

B) 41

C) 42

D) 57

E) 50

13. Na multiplicação abaixo, cada letra representa um algarismo do sistema de numeração decimal, letras iguais representam o mesmo algarismo, e o resultado é um número de quatro algarismos.

$$\begin{array}{cccc} & X & Y & X \\ \times & & & 5 \\ \hline Z & Y & Z & Y \end{array}$$

Um possível valor para a soma $X + Y + Z$ é

A) 11.

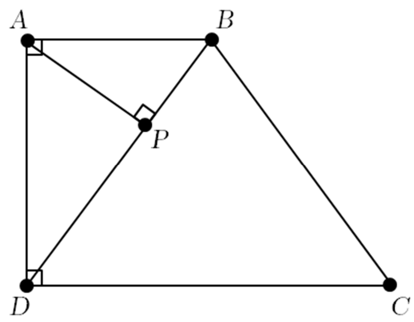
B) 12.

C) 13.

D) 14.

E) 15.

14. Na figura abaixo, o trapézio $ABCD$ tem base menor $AB = 3$ cm, base maior $CD = 6$ cm e o lado $BC = 5$ cm. O ponto P é o pé da perpendicular baixada de A sobre a diagonal $\overline{BD}$.



Qual o comprimento, em cm, do segmento $\overline{AP}$?

A) $\dfrac{2}{5}$

B) $\dfrac{6}{5}$

C) $\dfrac{9}{5}$

D) $\dfrac{11}{5}$

E) $\dfrac{12}{5}$

15. Em um quadrado $ABCD$ de lado 12 cm, marca-se um ponto E no lado $\overline{BC}$ tal que o comprimento de $\overline{BE}$ seja igual a 5 cm. O segmento $\overline{AE}$ intersecta a diagonal $\overline{BD}$ no ponto F.

Qual é a área, em centímetros quadrados, do triângulo ABF?

A) $\dfrac{360}{17}$

B) $\dfrac{360}{13}$

C) $\dfrac{180}{17}$

D) $\dfrac{180}{13}$

E) 30

16. Com o intuído de divulgar a OMIFCE 2026, a comissão organizadora criou um jogo de cartas, cujo baralho é composto por 16 cartas distintas, sendo 9 numeradas de um a nove, 4 com os símbolos das operações aritméticas (adição, subtração, multiplicação e divisão) e três cartas especiais com símbolos (Σ, ∞ e $\int$), como mostra a figura.

Foram montados pacotes com cinco cartas escolhidas aleatoriamente, cada pacote contendo exatamente uma carta especial, e distribuídos entre os estudantes. Um estudante recebeu seis desses pacotes.

Qual é a probabilidade de que esse estudante tenha recebido as três cartas especiais distintas?

A) $\frac{2}{9}$

B) $\frac{4}{9}$

C) $\frac{7}{27}$

D) $\frac{20}{27}$

E) $\frac{50}{81}$

17. João possui 25 bombons idênticos e deseja distribuir alguns deles entre seus três sobrinhos, Arnaldo, Beto e César, de modo que cada um receba pelo menos 2 bombons e, no máximo, 8 bombons. Sabe-se que César deve receber rigorosamente mais bombons que cada um dos outros dois.

De quantas maneiras distintas João pode fazer essa distribuição?

A) 182

B) 100

C) 91

D) 90

E) 57

18. Considere a sequência de números

$$(a_1,\ a_2,\ a_3,\ \ldots,\ a_n,\ a_{n+1},\ \ldots),$$

definida pela lei de recorrência $a_1 = 2$ e $a_{n+1} = 3^n \cdot a_n$, para todo número natural $n \geq 1$. Por exemplo, $a_2 = 3^1 \cdot a_1 = 3 \cdot 2 = 6$.

Qual é a maior potência de 3 que divide o 20º termo dessa sequência?

A) 3^{190}

B) 3^{191}

C) 3^{192}

D) 3^{193}

E) 3^{194}

19. Em um sistema de segurança digital, senhas bancárias são formadas por números naturais de 10 algarismos, representados por $n = (a_1 a_2 a_3 \ldots a_9 a_{10})$, em que cada a_i é um algarismo do sistema decimal. Para garantir a validade da senha, o primeiro algarismo a_1 não pode ser zero, e o algarismo a_{10} também deve ser diferente de zero. Como medida adicional de segurança, o sistema exige que a senha seja divisível por 3.

Sabendo que um número natural é divisível por 3 quando a soma de seus algarismos é múltipla de 3, a quantidade de senhas diferentes que podem ser formadas nessas condições é

A) $9 \cdot 10^8$.

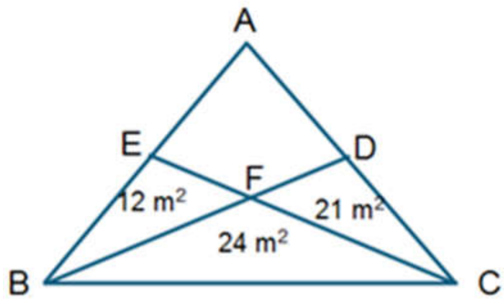
B) $9 \cdot 10^9$.

C) $3 \cdot 10^9$.

D) $27 \cdot 10^8$.

E) $81 \cdot 10^8$.

20. Um terreno triangular ABC é dividido por dois segmentos $\overline{BD}$ e $\overline{CE}$, com $D \in \overline{AC}$ e $E \in \overline{AB}$, que se intersectam em F, conforme mostra figura a seguir.



Essa divisão forma quatro regiões: três triangulares e uma quadrangular. Sabe-se que as áreas das regiões triangulares são $[BEF] = 12\ \text{m}^2$, $[BCF] = 24\ \text{m}^2$ e $[CDF] = 21\ \text{m}^2$.

Nessas condições, a área do quadrilátero $ADFE$, em metros quadrados, é igual a

A) 54.

B) 57.

C) 60.

D) 63.

E) 66.