



07	08	09	10

2ª Fase – Nível III

Aluno(a): _____

Escola: _____

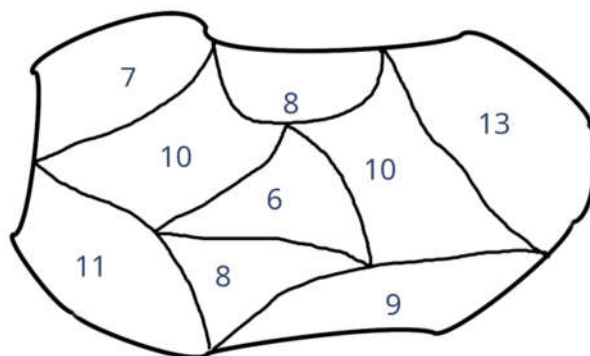
Município: _____

01. Durante um bimestre, o professor Ricardo aplica sete provas, atribuindo notas inteiras de 0 a 10, inclusive. A aluna Rafaela obteve, nas cinco primeiras provas, as seguintes notas: 3, 4, 7, 10 e 9. Após receber a nota da sexta prova, Rafaela percebe que a média aritmética das seis primeiras provas é um número inteiro. Mais tarde, ao somar a nota da sétima e última prova, ela constata que a média aritmética das sete provas também é um número inteiro.

Com base nessas informações, qual é o maior valor possível para a nota da sétima e última prova de Rafaela?

- A) 10
- B) 9
- C) 8
- D) 7
- E) 6

02. A imagem abaixo exibe um mapa de um reino cercado por uma imensa muralha e dividido internamente por pequenos muros em nove províncias.



O número presente no interior de cada província denota o perímetro da fronteira da região delimitada pelos seus muros, em quilômetros. Por exemplo, o perímetro da fronteira da província que está localizado no centro do reino é igual a 6 km.

Nessas condições, pode-se inferir que o perímetro da muralha externa, em km, é igual a

- A) 17.
- B) 23.
- C) 26.
- D) 31.
- E) 37.

03. A sequência de cem ângulos $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_{100})$, nessa ordem, é uma progressão aritmética. Além disso, sabe-se que $\alpha_3 + \alpha_{10} + \alpha_{23} + \alpha_{78} + \alpha_{91} + \alpha_{98} = 3\pi$.

Qual o valor de $\cos\left(\sum_{i=1}^{100} \alpha_i\right)$?

- A) 0
- B) $\frac{1}{2}$
- C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- E) 1

04. Uma pizza grande será dividida com cortes retos. Fazendo apenas um corte, obtemos dois pedaços (Figura 1). Fazendo mais um corte, o número máximo de pedaços que se pode obter com os dois cortes é 4, ocorrendo quando o segundo corte intersectar o primeiro (Figura 2). Considerando o número máximo de pedaços obtidos com os dois primeiros cortes, ao fazer mais um corte, o número máximo de pedaços que se pode obter com os três cortes é 7, ocorrendo quando o terceiro corte intersectar os dois primeiros em pontos distintos (Figura 3).

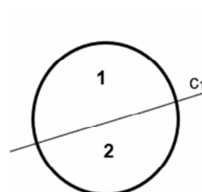


Figura 1

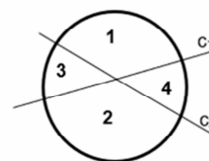


Figura 2

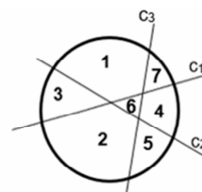


Figura 3

Suponha que a pizza é grande o suficiente para que seja possível fazer 20 cortes retos, tais que não existam três intersectando-se em um mesmo ponto.

Quantos pedaços, no máximo, podem ser obtidos com esses 20 cortes?

- A) 191
- B) 201
- C) 211
- D) 221
- E) 231

05. O menor inteiro positivo n para o qual a soma de n termos

$$A(n) = 1 + 11 + 111 + 1111 + \dots + \underbrace{11\dots 11}_{n \text{ vezes}}$$

seja divisível por 45 é igual a

- A) 35.
- B) 30.
- C) 25.
- D) 20.
- E) 15.

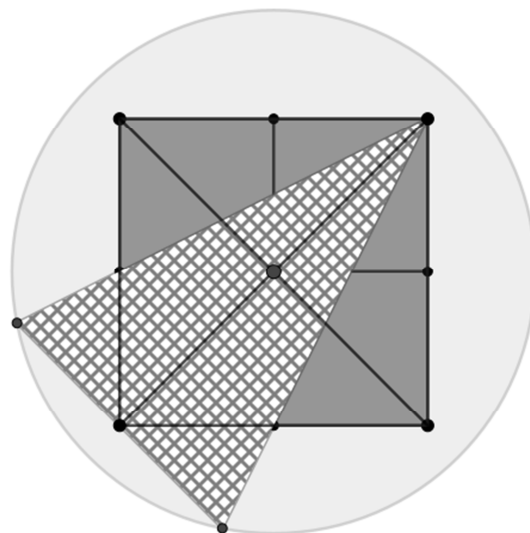
06. A média de certa quantidade de números naturais distintos é igual a 20. Ao retirarmos o menor dos números, a média dos outros é 22. Já retirando somente o maior dos números, a média dos outros é igual a 13. Por outro lado, retirando o menor e o maior dos números, a média dos outros é igual a 14.

Dentre os números considerados inicialmente, qual é o maior?

- A) 66
- B) 62
- C) 58
- D) 54
- E) 50

07. Em quantos zeros termina o produto dos mil primeiros inteiros positivos $1000! = 1000 \times 999 \times 998 \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$?

08. A figura a seguir representa o piso (fundo) de uma piscina circular que será revestido com azulejos de cores variadas, formando figuras geométricas.



Nesse piso, sabe-se que o lado do quadrado maior mede 6 metros, seu centro coincide com o centro do círculo e uma de suas diagonais coincide com a altura relativa à base do triângulo isósceles. O azulejo utilizado para revestir a região triangular é vendido somente em caixas fechadas contendo $1,8 \text{ m}^2$, e a quantidade de caixas compradas foi a menor possível, suficiente para revestir tal área, desconsiderando qualquer desperdício de azulejos.

Quantas caixas de azulejos foram compradas para revestir a região triangular?

09. Sobre a fachada de um edifício, foi instalado um grande painel luminoso em forma de circunferência. Ao longo dessa circunferência, foram colocadas n lâmpadas do tipo 1, posicionadas nos vértices de um polígono convexo de n lados, inscrito na circunferência. Nesse polígono, não há três diagonais que se cruzem em um mesmo ponto. Em cada ponto de interseção entre duas diagonais distintas do polígono, foi instalada uma lâmpada do tipo 2.

Sabendo que, no total, foram utilizadas 1365 lâmpadas do tipo 2, qual é o número n de lâmpadas do tipo 1 utilizadas?

10. Em um determinado lago, a probabilidade de se pegar um peixe é constante e independente ao longo do tempo. Se a probabilidade de você pegar pelo menos um peixe em uma hora é de 64% e a de você pegar pelo menos um peixe em meia hora é $P\%$, qual é o valor numérico de P ?