



07	08	09	10

2ª Fase – Nível II

Aluno(a): _____

Escola: _____

Município: _____

01. Simplificando corretamente a expressão

$$E = \frac{\sum_{n=1}^{2025} n \cdot 2n \cdot 4n}{\sum_{n=1}^{2025} n \cdot 3n \cdot 9n} = \left(\frac{1 \cdot 2 \cdot 4 + 2 \cdot 4 \cdot 8 + \dots + 2025 \cdot 4050 \cdot 8100}{1 \cdot 3 \cdot 9 + 2 \cdot 6 \cdot 18 + \dots + 2025 \cdot 6075 \cdot 18225} \right)^{\frac{1}{3}},$$

obtém-se

- A) $\frac{1}{3}$.
- B) $\sqrt[3]{\frac{1}{3}}$.
- C) $\frac{2}{3}$.
- D) $\sqrt[3]{\frac{2}{3}}$.
- E) $\frac{4}{9}$.

02. Apesar de nunca ter publicado, o matemático e astrônomo alemão Carl Friedrich Gauss descreveu um método que mostra como determinar em qual dia da semana cai o dia 1º de janeiro de qualquer ano do nosso calendário. Considerando uma data no formato $D/M/A$, em que D e M são o dia e o mês com dois dígitos cada um, e A é o ano com quatro dígitos, o método de Gauss segue os seguintes passos:

1. Seja a o resto da divisão de $A - 1$ por 4;
3. Seja b o resto da divisão de $A - 1$ por 100;
4. Seja c o resto da divisão de $A - 1$ por 400;
5. Calcule $d = 2 + 5a + 4b + 6c$;
6. Seja X o resto da divisão de d por 7.

O valor $X \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ corresponde ao dia da semana de 1º de janeiro do ano A considerado, de acordo com a tabela abaixo:

Domingo	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta	Sábado
1	2	3	4	5	6	0

As divisões por 4, 100 e 400 surgem devido à determinação de um ano bissexto, para o qual se sabe que é múltiplo de 4, exceto se for múltiplo de 100, mas não de 400.

O dia 14 de março é conhecido como o *Dia do π* , em homenagem ao número irracional π (pi) $\cong 3,14$.

Em que dia da semana cairá o *Dia do π* , no ano de **3456**?

- A) Domingo
- B) Segunda-feira
- C) Quarta-feira
- D) Sexta-feira
- E) Sábado

03. Mariana tem a seguinte cartela de uma loteria, numerada de 1 a 25.

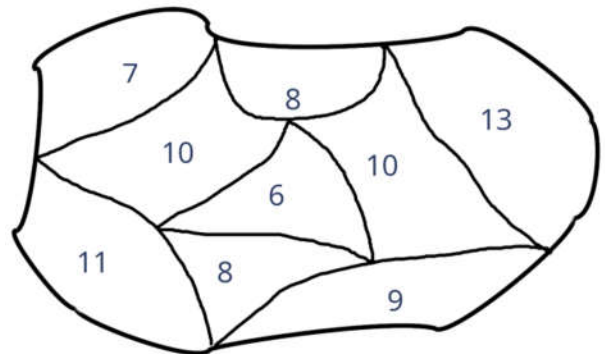
1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

Mariana deseja fazer uma aposta, na qual ela deve escolher seis desses números, de modo que apenas uma linha e uma coluna possuam exatamente dois números escolhidos.

De quantas maneiras distintas Mariana poderá realizar essa aposta?

- A) 20
- B) 120
- C) 640
- D) 1200
- E) 2400

04. A imagem abaixo exibe um mapa de um reino cercado por uma imensa muralha e dividido internamente por pequenos muros em nove províncias.

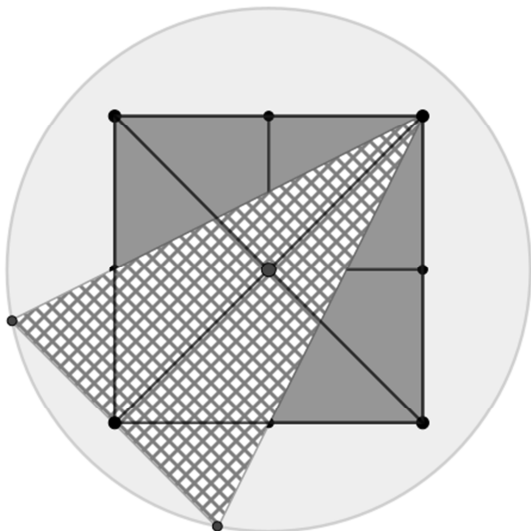


O número presente no interior de cada província denota o perímetro da fronteira da região delimitada pelos seus muros, em quilômetros. Por exemplo, o perímetro da fronteira da província que está localizado no centro do reino é igual a 6 km.

Nessas condições, pode-se inferir que o perímetro da muralha externa, em km, é igual a

- A) 17.
- B) 23.
- C) 26.
- D) 31.
- E) 37.

05. A figura a seguir representa o piso (fundo) de uma piscina circular que será revestido com azulejos de cores variadas, formando figuras geométricas.



Nesse piso, sabe-se que o lado do quadrado maior mede 6 metros, seu centro coincide com o centro do círculo e uma de suas diagonais coincide com a altura relativa à base do triângulo isósceles. O azulejo utilizado para revestir a região triangular é vendido somente em caixas fechadas contendo $1,8 \text{ m}^2$, e a quantidade de caixas compradas foi a menor possível, suficiente para revestir tal área, desconsiderando qualquer desperdício de azulejos.

Quantas caixas de azulejos foram compradas para revestir a região triangular?

- A) 10
- B) 11
- C) 12
- D) 13
- E) 14

06. Para resolver uma situação problema em um condomínio, um engenheiro pretende construir dois reservatórios cúbicos. Após analisar a situação, ele chegou corretamente à conclusão de que as medidas das arestas internas dos dois reservatórios, em metros, devem ser distintas e iguais às raízes da equação do segundo grau $x^2 - 6x + 1 = 0$.

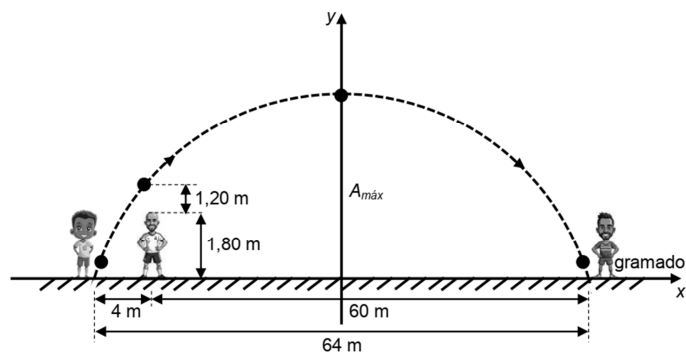
Qual é a capacidade total, em litros, dos dois reservatórios juntos?

- A) 200000 L
- B) 198000 L
- C) 196000 L
- D) 194000 L
- E) 192000 L

07. Lívia escreveu em seu caderno todos os números naturais de 1 a 10. Em seguida, ela apagou a menor quantidade possível de números de modo que, repartindo os números restantes em dois conjuntos, os produtos dos elementos de cada conjunto fossem iguais.

Qual o valor do produto dos elementos de cada conjunto formado por Lívia?

08. Em uma partida de futebol, Pikachu cruzou a bola para o seu companheiro Bruno Pacheco, o qual se encontrava a uma distância de 64 m. A bola passou 1,20 m acima da cabeça de um jogador, com 1,80 m de altura, da equipe adversária, o qual, nesse instante, estava a 4 m de distância do Pikachu, conforme figura abaixo.



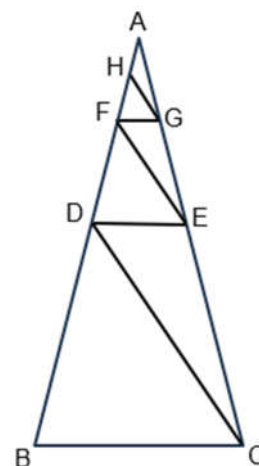
Nessa situação, a bola descreveu uma trajetória em forma de arco de parábola até tocar o gramado, quando foi dominada pelo companheiro de equipe.

Durante esse cruzamento, a bola atinge, no máximo, quantos decímetros?

09. Cinco alunos – Ana, Beatriz, Caio, Daniel e Eduardo – vão tirar uma foto para o mural da escola. Todos devem ficar lado a lado, com a condição de que Ana e Caio não fiquem juntos na foto.

De quantas maneiras diferentes os cinco podem ser organizados na fila, respeitando a condição de que Ana e Caio não fiquem juntos?

10. No triângulo ABC representado a seguir, sejam $AH = 2$ cm e $HF = 4$ cm. Foram traçados os segmentos $\overline{FG} \parallel \overline{DE} \parallel \overline{BC}$ e $\overline{HG} \parallel \overline{FE} \parallel \overline{DC}$.



Qual é a medida do segmento $\overline{BD}$, em centímetros?